MC

Cebir Notları

Gökhan DEMİR, gdemir23@yahoo.com.tr

Tümevarım_toplam_Çarpım_Dizi_Seri

Tümevarım Metodu :

Matematikte kullandığımız ispat yöntemlerinden biri de Tümevarım metoduru.

Bu ispat metodu, birkaç deneme sonucu bulduğumuz formülün bütün denemeler için doğru olup olmadığını göstermek için kullanılır.

Bu Tümevarım metodunda iki aşama vardır.

1) Doğruluğu ispatlanacak formülün 1 için doğruluğu gösterilir. $(1 \in D)$

2) n için doğruluğu kabul edilir. n + 1 için doğruluğu ispatlanır.

$(n \in D \rightarrow (n+1) \in D)$

Bu durumda formül bütün $n \in N^+$ için doğru olur.

Örneğin,

$1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$

formülünün doğruluğunu tümevarım ilkesi ile gösterelim.

1) 1 için doğru mudur?

$1 = 1^2 \rightarrow I \in D$ olduğu görülür.

2) $n \in D$ olsun. $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$ ise

(n + 1) terim $2(n + 1) - 1 = 2n + 1$ dir.)

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) + (2n+1) = n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$$

bulunur ki bu da n + 1 tane ardışık tek sayı toplamının, $(n+1)^2$ olduğu gösterilmiş olur.

Formül doğrudur.

Matematikte çok kullandığımız bazı semboller vardır. Bunlardan toplam için $\sum$, çarpım için $\prod$ sembolleri kullanır.

Toplam Sembolü ($\sum$)

$n \in N$ olmak üzere

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$$

biçiminde kullanırız. i indisine 1 den başlayarak n e kadar doğal sayıları vererek toplam aldığımıza dikkat ediniz.

Örneğin,

$$\sum_{k=1}^{7} k = 1+2+3+4+5+6+7, \quad \sum_{k=3}^{5} k^2 = 3^2+4^2+5^2$$

biçiminde yazılırlar.

Toplamın Özelikleri :

1) $\sum_{i=1}^{n} c = nc$

2) $\sum_{i=1}^{n} ca_i = c\sum_{i=1}^{n} a_i$

3) $\sum_{i=1}^{n} (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i$

4) $\sum_{i=1}^{n} a_i(b_i + c_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i + \sum_{i=1}^{n} a_i c_i$

5) $\sum_{i=1}^{k-1} a_i + \sum_{i=k}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} a_i$

6) $\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=r}^{n+r-1} a_{i-(r-1)}$

$\sum_{i=r}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n+(1-r)} a_{i-(1-r)}$

7) $\sum_{i=r}^{n}\left(\sum_{j=1}^{m} f(ij)\right) = \sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=1}^{n} f(ij)\right)$

(Bu gibi problemlerde i için j sabit, j için i sabit alınır.)

8) $0 < r < 1 \rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} r^{k-1} = 1 + r + r^2 + ... = \dfrac{1}{1-r}$ dir.

Σ sembolü için bazı formüller vardır. Bunları ezbere bilmekte yarar vardır.

Σ sembolü ile bilinmesi gerekli bazı formüller :

1) $\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+\ldots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

2) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3 = \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$

4) $\sum_{k=1}^{n} 2k = 2+4+6+8+\ldots+2n = n(n+1)$

5) $\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = 1+3+5+7+9+\ldots+(2n-1) = n^2$

6) $\sum_{k=1}^{n} r^{k-1} = r^0+r^1+r^2+\ldots+r^{n-1} = \dfrac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1,\ r \neq 0)$

7) $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \ldots + \dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{n}{n+1}$

ÖRNEK :

0 + 3 + 8 + 15 + ... + 120 **toplamı kaçtır?**

A) 395 B) 495 C) 506 D) 516 E) 526

Çözüm :

$0 + 3 + 8 + 15 + ... + 120 = \sum_{k=1}^{11} (k^2 - 1)$

olduğu için,

$$\sum_{k=1}^{11} k^2 - \sum_{k=1}^{11} 1 = \frac{11.12.23}{6} - 11.1 = 506 - 11 = 495$$

bulunur.

Yanıt : B

ÖRNEK :

$1 < y < 3$ olmak üzere $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+y^n}{3^n}$ **toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{1}{3-y}$ B) $\frac{3}{3-y}$ C) $\frac{3}{y}$

D) 3y E) $\frac{3+y}{6-2y}$

(ÖYS–1995)

Çözüm :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+9^n}{3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3^n} + \left(\frac{y}{3}\right)^n \right)$$

$$= \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}} + \frac{y}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{y}{3}\right)^{n-1} \; ; \left(\alpha \frac{y}{3} < 1\right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{3}} + \frac{y}{3} \cdot \frac{1}{1-\frac{y}{3}} = \frac{1}{2} + \frac{y}{3-y}$$

$$= \frac{3-y+2y}{6-2y} = \frac{3+y}{6-2y}$$

Yanıt : E

ÖRNEK :

1.3 + 2.5 + 3.7 + ... + 11.23 **toplamı kaçtır?**

A) 472 B) 570 C) 572 D) 574 E) 576

Çözüm :

$1.3 + 2.5 + 3.7 + ... + 11.23 = \sum_{k=1}^{11} k(2k+1)$

dir. O halde,

$$\sum_{k=1}^{11} (2k^2 + k) + 2\sum_{k=1}^{11} k^2 + \sum_{k=1}^{11} k = \frac{11.12.23}{6} + \frac{11.12}{2}$$

$$= 11.46 + 11.6 = 572$$

Yanıt : C

ÖRNEK :

$\sum_{k=-5}^{7} (k+2)$ **toplamı kaçtır?**

A) 38 B) 39 C) 49 D) 51 E) 63

Çözüm :

Σ nın sınırını 1 den başlatalım.

$$\sum_{k=-5}^{7} (k+2) = \sum_{k=1}^{3} (k-6+2) = \sum_{k=1}^{13} (k-4)$$

$$= \sum_{k=1}^{13} k - \sum_{k=1}^{13} 4 = \frac{13.14}{2} - 4.13 = 39$$

Yanıt : B

ÖRNEK :

$\sum_{k=1}^{80} \log_3\left(1+\frac{1}{k}\right)$ **toplamı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 81

Çözüm :

$$\sum_{k=1}^{80} \log_3\left(1+\frac{1}{k}\right) = \sum_{k=1}^{80} \log_3\left(\frac{k+1}{k}\right)$$

$$= \log_3\frac{4}{3} + \log_3\frac{5}{4} + \log_3\frac{6}{5} + \ldots + \log_3\frac{81}{80}$$

(Çarpımın logaritması logaritmalar toplamıdır.)

$= \log_3 \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdots \frac{81}{80} = \log_3 27 = 3$ bulunur.

Yanıt : C

ÖRNEK :

$\sum_{k=170}^{190} \sin k°$ **sonucu kaçtır?**

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 2

Çözüm :

sin(180–α) = sinα , sin(180+α) = –sinα dır.

$\sum_{k=170}^{190} \sin k°$ = sin170° + sin171° + ... + sin180 + ... sin189 + sin190

= sin10 + sin9 + ... + 0 – ... – sin9 – sin10

= 0 bulunur.

Yanıt : A

ÖRNEK :

ÖRNEK :

$\sum_{n=1}^{20}(2+na)=70$ olduğuna göre **a kaçtır?**

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

Çözüm :

$\sum_{n=1}^{20}(2+na)=\sum_{n=1}^{20}2+a\sum_{n=1}^{20}n=40+a.\frac{20.21}{2}$

O halde, $40+210a=70\rightarrow a=\frac{30}{210}=\frac{1}{7}$

Yanıt : C

ÖRNEK :

$\sum_{k=1}^{4}\sum_{s=1}^{2}(4s-2k+1)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –12 B) –8 C) 10 D) 16 E) 24

Çözüm :

$\sum_{k=1}^{4}\left(\sum_{s=1}^{2}4s-\sum_{s=1}^{2}2k+\sum_{s=1}^{2}1\right)=\sum_{k=1}^{4}(4.3-4k+2)$

$=\sum_{k=1}^{4}(14-4k)=4.14-4.\frac{4.5}{2}=56-40=16$

Yanıt : D

ÖRNEK :

f ve g N ∅ N aşağıdaki biçimde tanımlı iki fonksiyondur.

$f:x\varnothing\sum_{n=1}^{x}n;\ g:x\rightarrow\sum_{n=1}^{x}x^2$

Bunagöre (fog) (2) nin değeri kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

Çözüm :

$f:x\rightarrow\sum_{n=1}^{x}n=\frac{x(x+1)}{2}\quad\rightarrow\quad f(x)=\frac{x^2+x}{2}$

$g:x\rightarrow\sum_{n=1}^{x}n^2=\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$

$\rightarrow g(x)=\frac{(x^2+x)(2x+1)}{6}$

O halde $(fog)(2)=f(g(2))=f\left(\frac{6.5}{6}\right)$

$=f(5)=\frac{25+5}{2}=15$ dir.

Yanıt : D

ÖRNEK :

$\sum_{k=0}^{10}\frac{1}{2^k}$ **toplamı kaçtır?**

A) $\frac{1}{29}$ B) $\frac{29-1}{210}$ C) $\frac{210-1}{210}$

D) $\frac{210-1}{29}$ E) $2-\frac{1}{210}$

Çözüm :

$\sum_{k=0}^{10}\frac{1}{2^k}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{22}+...+\frac{1}{29}=\frac{1-(\frac{1}{2})10}{1-\frac{1}{2}}=\frac{210-1}{29}$

Yanıt : D

Çarpma Sembolü (Π)

Çarpma Sembolü için **Π** kullanılır.

$\prod_{i=1}^{n}a_i=a_1.a_2.a_3...a_n$

Örneğin, $\prod_{k=1}^{10}k=1.2.3...10=10!$ dir.

Π nin Özelikleri

1. $\prod_{i=1}^{n}c=c^n$
2. $\prod_{i=1}^{n}ca_i=c^n\prod_{i=1}^{n}a_i$
3. $\prod_{i=1}^{n}a_i.b_i=\prod_{i=1}^{n}a_i.\prod_{i=1}^{n}b_i$
4. $\prod_{i=1}^{n}c^{a_i}=c^{\sum_{i=1}^{n}a_i}$
5. $\prod_{i=1}^{n}a_i=\prod_{i=r}^{n+r-1}a_{i-(r-1)}$ $\qquad\prod_{i=r}^{n}a_i=\prod_{i=1}^{n+(1-r)}a_{i-(1-r)}$

Π sembolünde bilinmesi gerekli bazı eşitlikler :

1. $\prod_{k=1}^{n}k=1.2.3...n=n!$
2. $\prod_{k=1}^{n}k^2=1^2.2^2.3^2...n^2=(n!)^2$
3. $\prod_{k=1}^{n}k^3=1^3.2^3.3^3...n^3=(n!)^3$

   (Dikkat $(n!)^3\neq n^3!$ dir.)
4. $r\in N$ ve $r<n$ iken

   $\prod_{k=1}^{n}(k-r)=0$ dir.

ÖRNEK :

$\prod_{n=1}^{36}\left(1+\frac{1}{n}\right)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 36 B) 37 C) 38 D) $\frac{37}{36}$ E) $\frac{39}{35}$

Çözüm :

$\prod_{n=1}^{36}\left(1+\frac{1}{n}\right) = \frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdots\frac{37}{36} = 37$ bulunur.

Yanıt : B

ÖRNEK :

$\sum_{n=1}^{10}\prod_{m=2}^{8}(mn-3n)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –726 B) –363 C) 0 D) 363 E) 726

Çözüm :

$\sum_{n=1}^{10}\prod_{m=2}^{8} n(m-3) = \sum_{n=1}^{20}\left(n^7 . \prod_{m=2}^{8}(m-3)\right)$

$\prod_{m=2}^{8}(m-3)=0$ olduğu için, $\sum_{m=1}^{20} 0 = 0$ dır.

Yanıt : C

ÖRNEK :

$\prod_{n=80}^{110}\cos n°$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

Çözüm :

$\prod_{n=80}^{110}\cos n° = \cos 80° . \cos 81° ... \cos 90° ... \cos 110°$ çarpımında $\cos 90 = 0$ olduğu için bu çarpım 0 dır.

Yanıt : A

ÖRNEK :

$\prod_{k=1}^{20}(k^2-256)$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 20! B) $20! - 256^{20}$

C) $256^{19} - 20!$ D) 20!

E) 0

Çözüm :

$\prod_{k=1}^{20}(k^2-256)$ çarpımında $k = 16$ iken $16^2 - 456$ olduğu için sonuç (0) olur.

Yanıt : E

DİZİLER

$f : N^+ \to R$ her f fonksiyonuna bir dizi denir.

$N^+ \to R$ ye f(x) bir dizi belirler.

{ f(1), f(2), f(3), ... f(n), ...} dizisi (f(n)) biçiminde gösterilir.

Genel olarak, f(n) dizisi a_n olarak belirtilir. ($f(n)=a_n$)

n = 1 için $f(1) = a_1$ e 1. terim,

n = 2 için $f(2) = a_2$ ye 2. terim

$f(n) = a_n$ ne de <u>n. terim</u> ya da <u>genel terim</u> adı verilir.

a_n genel terim ise dizi

$(a_n) = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...\}$ dir.

Dizinin eleman sayısının sonsuz olduğunu söyleyebiliriz.

Örneğin $a_n = \frac{n}{n+3}$ fonksiyonu bir dizi belirler.

$(a_n) = \left(\frac{n}{n+3}\right) = \left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \ldots \frac{n}{n+3}, \ldots\right\}$

Bir dizi genel terimi ile belirlidir.

Genel terimi verilmeyen bir dizi bir kaç terimi ile belli olmaz.

Örneğin, 1, 2, 3, ? üç terim verilen bir dizi ise 4. terimini bilemeyiz. 4. terimi her sayı olabilir. Dizi (n) ise 4. terimi 4 gelir.

Dizi $a_n = n(n–1)(n–2) + n$ biçiminde ise 4. terimi

$a_4 = 4.3.2 + 4 = 28$ bulunur.

Dikkat : Genel terimi verilmeyen bir dizi belirlenemez.

Sabit Dizi :

Bütün terimleri sabit olan dizilere sabit dizi denir.

$\forall n \in N^+$ için $a_n = c$ $(c \in R)$ ise $(a_n) = (c)$ dizisi sabittir.

$(a_n) = (3) = \{3, 3, 3, ... 3, ...\}$ her terimi 3 olan bir diziyi belirler.

Dizilerin Eşitliği :

Her terimleri eşit olan iki diziye eşit diziler denir :

$\forall n \in N^+$ için $a_n = b_n$ ise $(a_n) = (b_n)$ olarak tanımlanır.

ÖRNEK :

N^+ da tanımlı genel terimi $a_n = 5^n$ (n!) olan bir dizide **a_n , a_{n-1} in kaç katıdır?**

A) 5 (n–1) B) 5n C) $\frac{2n+1}{5}$

D) n – 5 E) n + 5

Çözüm :

$a_n = 5^n$. n! ve $a_{n-1} = 5^{n-1}$. (n–1)! dir.

Buna göre,

$a_n = 5^n$. n! $= 5.5^{n-1}$. (n–1)! n

$= 5.n\ a_{n-1}$

olduğu için, a_n , a_{n-1} in 5n katı olur.

Yanıt: B

ÖRNEK :

$a_0 = 1$, $a_n = \frac{1}{n}\ a_{n-1}$ ve n N , n ≥ 1 olduğuna göre, **a_b kaçtır?**

A) $\frac{1}{6!}$ B) $\frac{1}{5!}$ C) 5! D) 6! E) 6!

Çözüm :

Tanıma göre $a_1 = \frac{1}{1}$. $a_0 = 1$

$a_2 = \frac{1}{2}$. $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1}{3}$. $a_2 = \frac{1}{3.2} = \frac{1}{3!}$

$a_4 = \frac{1}{4}$. $a_3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3!} = \frac{1}{4!}$

O halde, benzer olarak

$a_6 = \frac{1}{6!}$ bulunur.

Yanıt : A

ALT DİZİ

$\forall n \in N^+$ için $n \le k_n$ ve $k < k + 1$ koşulunu sağlayan

$k_n \in N^+$ (a_{k_n}) dizisine a_n dizisinin **bir alt dizisi** denir.

Örneğin, $a_n = \frac{2n}{n+2}$ dizisi için

$k_n = 2n + 1$ için

$a_{kn} = \frac{4n+2}{2n+1+2} = \frac{4n+2}{2n+3}$ dizisi

a_n nin bir alt dizisidir.

$(b_n) = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \ .... \frac{n}{n+1} \ ....\}$

$(b_{k_n}) = \{\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, ... \frac{2n+1}{2n+2}, ...\}$

(b_{k_n}) dizisinin her terimi (b_n) dizisinin de bir terimi olduğu için (b_{nk}) dizisi (b_n) dizisinin bir alt dizisidir.

Bir dizide daima **sonsuz** terim vardır.

Dizilerde Dört İşlem

(a_n) , (b_n) dizileri için

Toplama : $(a_n) + (b_n) = (a_n+b_n)$,

Çıkarma : $(a_n) - (b_n) = (a_n-b_n)$,

Çarpma : $(a_n \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n)$,

Bölme ($b_n \ne 0$) : $\frac{(an)}{(bn)} = (\frac{an}{bn})$

Bir k sayısı ile çarpma :

k R olmak üzere $k.(a_n) = (k.a_n)$ dir.

Örneğin, $(a_n) = (\frac{1}{n+1})$ ve $(b_n) = (n+1)$

dizileri için yapılan aşağıdaki işlemleri inceleyiniz.

1) $(a_n)+(b_n)=\left(\frac{1}{n+1}+n+1\right)=\left(\frac{n^2+2n+2}{n+1}\right)$

2) $(a_n)-(b_n)=\left(\frac{1}{n+1}-(n+1)\right)=\left(\frac{-n^2-2n}{n+1}\right)$

3) $(a_n).(b_n)=\left(\frac{1}{n+1}.(n+1)\right)=1$

4) $\frac{(a_n)}{(b_n)}=\left(\frac{\frac{1}{n+1}}{n+1}\right)=\left(\frac{1}{(n+1)^2}\right)$

5) $5.(a_n)=\left(5.\frac{1}{n+1}\right)=\left(\frac{5}{n+1}\right)$

Monoton Artan Dizi :

(a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için $a_n < a_{n+1}$ ise bu diziye **monoton artan dizi** denir.

Örneğin,

$(a_n) = (\frac{n}{n+2})$ dizi için,

$a_n = \frac{n}{n+2}$ ve $a_{n+1} = \frac{n+1}{n+3}$ den $\frac{n}{n+2} < \frac{n+1}{n+3}$

paydaları eşitlersek ve $n \in N^+$ olduğu için,

$n^2 + 3n < n^2 + 3n + 2 \rightarrow 0 < 2$ olduğu için bu dizi monoton artan bir dizidir.

Monoton Azalan Dizi :

$\forall n \in N^+$ için $a_n > a_{n+1}$ ise (a_n) dizisi monoton azalandır.

Örneğin,

$a_n = \frac{n+5}{n}$ dizisi için

$a_{n+1} = \frac{n+6}{n+1}$ dir. Bunları karşılaştırırsak,

$a_n > a_{n+1}$

$\frac{n+5}{n} > \frac{n+6}{n+1} \rightarrow n^2 + 6n + 5 > n^2 + 6n \rightarrow 5 > 0$ sağlar.

O halde, (a_n) dizisi monoton azalan bir dizidir.

Sınırlı Diziler :

Bir (a_n) dizisinde $\forall n \in N^+$ için, $a_n \leq M$ olacak biçimde bir $M \in R$ sayısı varsa bu diziye **üsten sınırlı** dizi ve M ye bir **üst sınır** adı verilir.

Üst sınırların en küçüğüne **en küçük üst sınır** denir ve **Eküs** biçiminde gösterilir. Veya **üst sınırların en küçüğü** diye ifade edilir. **Üsek** biçiminde gösterilir.

Örneğin,
$(a_n) = (10 - n)$ dizisinde $a_1 = 9$, $a_2 = 8$, $a_3 = 7$, ... gibi $\forall a_n \leq 9$ olduğu için, $a_n < 10$ gibi 9 dan büyük her sayı bu dizinin bir üst sınırı olur. Yani ;

{ 9, 10, 11, 20, 30, ... } kümesi bir üst sınırlar kümesidir.

Eküs : 9 (dizinin elemanıdır.)

Bir (a_n) dizisinde her a_n terimi için $a_n \geq m$ olacak biçimde belirli sabit bir m sayısı varsa, (a_n) dizisi **alttan sınırlı** bir dizidir. Alt sınırlar bir küme oluştururlar. Bu kümenin bir en büyük elemanı vardır. Buna **alt sınırların en büyüğü** denir. ASEB biçiminde gösterilir. Ya da **en büyük alt sınır** denir, EBAS biçiminde gösterilir.

Örneğin;
$(a_n) = (2n-1)$ dizisinde

$\forall n \in N^+$ için $(a_n) = \{1, 3, 5, 7, 9, ...\}$

$a_n \geq 1$ bulunur. 1 den küçük her sayıda bir **alt sınır**dır. EBASI ise 1 dir.

Sınırlı Dizi :

Bir (a_n) dizisinde $\forall n$ N^+ için $|a_n| \leq k$ ise böyle dizilere **sınırlı dizi** denir.

ARİTMETİK DİZİLER

Tanım :

a ve k sabit olmak üzere genel terimi

$$\boxed{a_n = a + (n-1)\, r}$$

biçiminde olan dizilere **aritmetik dizi** denir.

$a_1 = a$ **ilk terim,** r ye **ortak fark** denir.

Örneğin, a = 3 ve r = 2 olan aritmetik dizinin genel terimi $a_n = 3 + (n-1)\,.\,2$ dir.

$(a_n) = \{ 3, 5, 7, 9, 11, ...\}$ bulunur.

Aritmetik Dizilerin Özelikleri :

1. Her terim (varsa) kendinden önce ve kendinden sonra gelen terimlerin, **aritmetik** ortasıdır. (Bundan dolayı aritmetik dizi adı verilmiştir.)

2. Aritmetik dizide **ardışık iki terim farkı sabittir.** (Bu ortak fark r dir.)

3. Bir aritmetik dizide sonlu sayıda ardışık terim alındığı zaman baştan ve sondan aynı uzaklıkta bulunan terimlerin toplamı sabittir.

4. Bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamı :

$S_n = \dfrac{n(a1+an)}{2}$ veya

$S_n = \dfrac{n\,[2a+(n-1)r]}{2}$ formülleri ile bulunur.

5. a, b sayıları arasına n terim yazılan aritmetik dizide

$r = \dfrac{b-a}{n+1}$ dir.

ÖRNEK :

Bir aritmetik dizinin 6. terimi 40 ve 17. terim 84 ise **bu dizinin 51. terimi kaçtır?**

A) 220 B) 230 C) 240 D) 244 E) 260

Çözüm :

Aritmetik dizinin genel terimi $a_n = a + (n-1)\, r$ dir.

Burada a ve r yi bulmamız gerekir.

$a_6 = 40$ ve $a_{17} = 84$ den

$\left.\begin{array}{l} 40 = a + 5r \\ 84 = a + 16r \end{array}\right\} \Rightarrow$ sisteminde a ve r bulunur.

---

r = 4 ve a = 20 dur.

O halde, $a_n = 2a + (n-1)\,.\,r$ den

$a_{51} = 20 + (51 - 1)\,.\,4 = 220$ bulunur.

Yanıt : A

ÖRNEK :

Bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamı daima $\dfrac{n2}{2}$ ise **60. terimi kaçtır?**

A) $\dfrac{117}{2}$ B) $\dfrac{118}{2}$ C) $\dfrac{119}{2}$ D) 60 E) $\dfrac{121}{2}$

Çözüm :

$S_n - S_{(n-1)} = a_n$ dir.

O halde $S_{60} - S_{59} = a_{60}$ olacağı için

$a_{60} = \dfrac{602}{2} - \dfrac{592}{2} = \dfrac{(60-59)\,(60+59)}{2}$

$a_{60} = \dfrac{119}{2}$ bulunur.

Yanıt : C

ÖRNEK :

Bir aritmetik dizinin 8. terimi a olduğuna göre, **2. ve 14. terimlerinin toplamı nedir?**

A) 3a B) 2a C) a D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a}{3}$

Çözüm :

Bir aritmetik dizide baştan ve sondan aynı uzaklıkta bulunan terimlerin toplamı sabittir.

$a_2 + a_{14} = a_8 + a_8 = 2a$ bulunur.

Yanıt : B

ÖRNEK :

Yaşları toplamı 48 olan 6 kardeşin yaşları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

En küçük kardeş 3 yaşında olduğuna göre en büyük kardeş kaç yaşındadır?

A) 9 B) 13 C) 14 D) 15 E) 17

Çözüm :

Aritmetik dizide ilk n terim toplamı

$S_n = \frac{n\,(a1+an)}{2}$ dir.

En küçüğü 3, en büyük x ise, 6. terim olduğuna göre,

$48 = \frac{6(3+x)}{2} \rightarrow x = \frac{96}{6} - 3 = 13$ bulunur.

Yanıt : B

GEOMETRİK DİZİ

a ve r sabit olmak üzere genel terimi;

$\boxed{an = a.rn{-}1}$

biçiminde olan dizilere **geometrik dizi** denir.

$a_1 = a$ **ilk terim,** r ye **ortak çarpan** denir.

Örneğin a = 3 , r = 2 ise geometrik dizi

$(a_n) = (3.2^{n-1}) = \{3, 6, 12, 24, 96, 192, ...\}$

Eğer a = 3 , $r = \frac{1}{3}$ ise geometrik dizi

$(a_n) = \left(3 . \frac{1}{3n-1}\right) = \left\{3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{32}, ...\right\}$ olur.

Geometrik Dizinin Özelikleri :

1. Eğer kendinden önce ve sonra terim varsa her terim kendinden önce ve kendinden sonra gelen terimlerin **geometrik ortası**dır. (Geometrik dizi adı her terimin geometrik orta olduğu verilmiştir.)

2. Ardışık terimlerin oranları sabittir. (Bu oran ortak çarpan olur.)

3. Bir geometrik dizide sonlu sayıda ve ardışık olan terimlerde baştan ve sondan aynı uzaklıkta bulunan terimler **çarpımı** sabittir.

4. a ve b sayıları arasına n terim yerleştirerek geometrik dizi yapmak için ortak çarpan :

$r = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$ dır.

5. Bir geometrik dizide ilk n terim toplamı

$S_n = a_1 . \frac{1-rn}{1-r}$ dir.

Not : r > 1 ise toplam çok büyük sayılar verir.

r < 1 ise (S_n) dizisi yakınsaktır ve limiti

$S = \frac{a1}{1-r}$ dır.

ÖRNEK :

Bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamının ilk üç terim toplamına oranı $2\sqrt{2}$ dir.

Bu dizinin r ortak oranı kaçtır?

A) $2\sqrt[3]{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2} - 1$

D) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ E) $\sqrt[3]{2\sqrt{2} - 1}$

(ÖYS–1993)

Çözüm :

$S_6 = a\frac{1-r6}{1-r}$, $S_3 = a\frac{1-r3}{1-r} \rightarrow \frac{S6}{S3} = 2\sqrt{2}$

$\frac{1-r6}{1-r3} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{(1-r3)\,(1+r3)}{1-r3} = 2\sqrt{2}$

$r^3 + 1 = 2\sqrt{2} \rightarrow r = \sqrt[3]{2\sqrt{2}-1}$

Yanıt : E

ÖRNEK :

Bir geometrik dizinin ilk terimi $\frac{3}{2}$, ikinci terimi 3 olduğuna göre, **altıncı terimi kaçtır?**

A) 28 B) 30 C) 32 D) 39 E) 48

(ÖYS–1991)

Çözüm :

$a_2 = a_1.r$ olduğu için $3 = \frac{3}{2} . r$, r = 2 bulunur.

$a_n = \frac{3}{2} . r^{n-1} \rightarrow a_6 = \frac{3}{2} . 2^5$

$a_6 = 3.2^4 = 48$ bulunur.

Yanıt : E

SERİLER

a_n bir dizinin genel terimi olma koşulu ile

$S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ toplamına **seri** denir.

$S = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n + ...$

$S_1 = a_1$; $S_2 = a_1 + a_2$; $s_3 = a_1 + a_2 + a_3$

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... a_n$

Toplamlarına **parça** toplamlara (kısmi toplamlar, parçasal toplamlar denir.)

S_1 , S_2 , S_3 , ... S_4 , ... bir dizi oluşturur.

Bu diziye S serisinin **parça toplamların dizisi** (ya da kısmi toplamlar dizisi) denir.

Bir serinin limiti parça toplamları dizisinin limiti olarak tanımlanır.

Aritmetik Seri :

(a_n) dizisi bir aritmetik dizi ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisine **aritmetik seri** denir.

Geometrik Seri :

a_n dizisi bir geometrik dizi ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisine geometrik seri denir.

Geometrik serilerde;

1) $r > 1$ ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ geometrik serisine **ıraksak** seri,

2) $0 < r < 1$ ise $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ geometrik serisi yakınsaktır ve limiti $\frac{a}{1-r}$ dir.

ÖRNEK :

$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} + ... + \frac{1}{3n} + ...$

serisinin limiti kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) 4

Çözüm :

Bu seri bir $a_1 = 1$ ve $r = \frac{1}{3}$ olan bir geometrik seridir.

Limiti $\frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$ bulunur.

Yanıt : C

ÖRNEK :

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^{2k}}$ **ifadesinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{9}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$

Çözüm :

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^{2k}} = 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{92} + \frac{1}{93} + ...$ geometrik serisi olduğu için $S = \frac{1}{1-\frac{1}{9}} = \frac{9}{8}$ bulunur.

Yanıt : A

ÖRNEK :

Serbest bırakılan bir top bırakıldığı yüksekliğin $\frac{3}{4}$ ü kadar sıçramaktadır. 6m yükseklikten bırakılan bir top dengede kalıncaya kadar **kaç m yol alır?**

A) 18 B) 24 C) 36 D) 40 E) 42

Çözüm :

Düşüşler : $6 + 6 . \frac{3}{4} + 6 . (\frac{3}{4})^2 + ...$

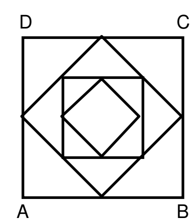
geometrik serisinden $\frac{6}{1-\frac{3}{4}} = 24m$ bulunur.

Çıkışlar buradan 6m eksiktir. Yani 18m dir. O halde aldığı yol : 24 + 18 = 42 m bulunur.

Yanıt : E

ÖRNEK :

Şekilde ABCD karesinin bir kenarı 8 cm dir. Kenarlarının orta noktaları birleştirerek yine bir kare elde ediliyor. Tekrar bu karenin de kenarlarının orta noktaları birleştirilerek bir kare elde ediliyor ve bu işleme nokta kalıncaya kadar devam ediliyor.



Oluşan tüm karelerin alanları toplamı kaç cm^2 dir?

A) 96 B) 112 C) 126 D) 128 E) 192

Çözüm :

Karelerin alanları

8^2 , $\frac{82}{2}$, $\frac{82}{4}$, $\frac{82}{8}$ ... olarak yarıları alınarak toplanacak, yani : $8^2 + \frac{82}{2} + \frac{82}{4} + ...$

geometrik serisinin toplamı $a_1 = 8^2$; $r = \frac{1}{2}$ olduğu için

toplamı $S = \frac{82}{1-\frac{1}{2}} = 128$ cm bulunur.

Yanıt : D

KONU TESTİ – 1

1. $\sum_{k=1}^{14} (5k+1)$ **toplamı kaçtır?**

A) 528 B) 529 C) 534 D) 539 E) 549

2. $\sum_{k=-2}^{5} (k+7)$ **toplamı kaçtır?**

A) 56 B) 61 C) 68 D) 78 E) 80

3. $\sum_{k=4}^{255} \log_4\left(1+\frac{1}{k}\right)$ **toplamı kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\prod_{k=3}^{80} \log_k(k+1)$ **çarpımı kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\sum_{k=80}^{100} \cos k°$ **toplamı kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) –2 E) –1

6. $\sum_{k=1}^{40} 4^{\log_2 \sqrt{k}}$ **toplamı kaçtır?**

A) 810 B) 820 C) 840
D) 880 E) 1620

7. 1.3 + 2.5 + 3.7 + 4.9 + ... + 40.81 **toplamı kaçtır?**

A) 43460 B) 43466 C) 43480
D) 43860 E) 43960

8. $\sum_{k=n}^{2n} k = x$ olduğuna göre **x in n türünden değeri nedir?**

A) $n^2 + n$ B) $\frac{n2+n}{3}$ C) $\frac{3n(n+1)}{2}$
D) $n^2 - n$ E) $\frac{3n2+4n}{2}$

9. $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k(k+1)}\right)$ **toplamı kaçtır?**

A) $\frac{10}{11}$ B) $\frac{10}{13}$ C) $\frac{10}{17}$ D) 3 E) 5

10. $\sum_{k=1}^{12} 3k+4$ **toplamı kaçtır?**

A) 234 B) 236 C) 238 D) 242 E) 246

11. $\sum_{k=1}^{12} (3k+4)$ **toplamı kaçtır?**

A) 282 B) 272 C) 248 D) 238 E) 242

12. 0 + 3 + 8 + 15 + 24 + ... + 168 **toplamı kaçtır?**

A) 807 B) 806 C) 805 D) 804 E) 800

13. $\sum_{k=2}^{88} \log(\tan k°)$ **toplamı kaçtır?**

A) 0B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

14. $\sum_{k=1}^{12} (k! - (k+1)!)$ **toplamı kaçtır?**

A) 1 – 12! B) 1 – 13! C) 1 – 14!
D) 1 – 15! E) 13!

15. $\sum_{k=1}^{120} \left(\sqrt{k} - \sqrt{k+1}\right)$ **toplamı kaçtır?**

A) 10 B) 9 C) $\sqrt{120}$ D) $-\sqrt{120}$ E) –10

16. 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + 20.21 **toplamı kaçtır?**

A) 3080 B) 3081 C) 3082
D) 3083 E) 3084

17. $\sum_{k=1}^{999} \log\left(\frac{k+1}{k}\right)$ **toplamı kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. $\sum_{k=160}^{200} \sin k°$ **toplamı kaçtır?**

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19. $\prod_{k=1}^{40} (k^2 - 16)$ **çarpımı kaçtır?**

A) 1384 B) 1484 C) 1584 D) 1 E) 0

20. $N \to N$ $f(x) = \sum_{i=1}^{x} i$, $g(x) = \sum_{n=1}^{x} n^2$ ise

(fog) (2) nin değeri kaçtır?

A) 5 B) 11 C) 15 D) 16 E) 17

21. $\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{2} i\,(j+1)$ in **değeri kaçtır?**

A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

22. $\sum_{k=0}^{3} \sum_{n=1}^{3} (3n + 2k - 3)$ **toplamı kaçtır?**

A) 71 B) 72 C) 73 D) 74 E) 75

23. $\sum_{k=1}^{20} (3 + k.x) = 165$ ise **x kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

24. $\sum_{k=1}^{7} \frac{1}{22k}$ **toplamı kaçtır?**

A) $\frac{28-1}{3}$ B) $\frac{48-1}{3.48}$ C) $\frac{48-1}{3}$ D) $\frac{48}{1-3.48}$ E) $\frac{48-1}{3.28}$

25. $\sum_{k=3}^{12} \left(\prod_{p=-1}^{11} (p-7) \right)$ **ifadesi kaça eşittir?**

A) 15 B) 9 C) 8 D) 7 E) 0

26. $\sum_{k=0}^{2} \sum_{n=0}^{3} (2n + p - 3)$ ün **değeri nedir?**

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

27. $\sum_{k=1}^{7} (k! - (k+1)!)$ **toplamı neye eşittir?**

A) 8! – 1 B) 8! C) 8! + 7! D) 8! – 7! E) 7! – 1

28. $\sum_{k=0}^{8} (e^{k+1} - e^k)$ **toplamı kaçtır?**

A) $e^9 - e$ B) $e^9 - 1$ C) $e^8 - 1$ D) $e^7 - 1$ E) e^9

29. $\sum_{k=1}^{16} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) + \sum_{k=17}^{29} \frac{1}{k(k+1)}$ **toplamı kaçtır?**

A) $\frac{28}{29}$ B) $\frac{29}{30}$ C) $\frac{30}{31}$ D) $\frac{31}{32}$ E) $\frac{32}{33}$

KONU TESTİ – 2

1. $\lim \left(\frac{2n+3}{3n-4}\right)$ **kaça eşittir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 3 E) $\frac{2}{3}$

2. $\left(\frac{2n+1}{n+a}\right)$ **dizisi monoton ise a hangi aralıktadır?**

A) $a < \frac{1}{3}$ B) $a > \frac{1}{2}$ C) $a > \frac{1}{3}$
D) $a < 2$ E) $a > -2$

3. $\left(\frac{2n+1}{n+2}\right)$ **dizisinin ASEB ve ÜSEK toplamı kaçtır?**

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{2}{7}$ D) 1 E) $\frac{3}{7}$

4. (a_n) dizisi yakınsak ve her terimi pozitiftir.
$\forall n \in N^+$ için $a_{2n}.a_{n+1} - 4a_{n+7} = 5$ ise a_n **dizisinin limiti nedir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\left(\frac{1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2}{4n^3+1}\right)$ **dizisinin limiti nedir?**

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{18}$

6. $\left(\frac{2n+1}{n+3}\right)$ **dizisinin kaç terimi 2 nin $\frac{1}{50}$ komşuluğu <u>dışındadır?</u>**

A) 297 B) 296 C) 299 D) 300 E) 350

7. $(a_n) = \left(\sum_{k=1}^{n} 4\right)$ **dizisinin 4. terimi kaçtır?**

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

8. $\left(\frac{\mathrm{Sin}\frac{3}{n}}{\frac{5}{n}}\right)$ **dizisinin limiti nedir?**

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

9. $\lim \left(\frac{3n+5}{3n}\right)^n$ nin **eşiti nedir?**

A) e B) e^5 C) $\sqrt[3]{e^5}$ D) $\sqrt[5]{e^3}$ E) $e^{\frac{1}{2}}$

10. $\left(\frac{n}{3}.\mathrm{Sin}\frac{5}{n}\right)$ **dizisinin limiti nedir?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{3}{2}$

11. $(a_n) = \left(\frac{2n-20}{n+5}\right)$ **dizisinin kaç terimi bir <u>tam-sayıdır?</u>**

A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

12. $(a_n) = \left(\frac{2n^2+3}{n^2+3n+1}\right)$ ve $(b_n) = \left(\frac{2n-1}{2n+3}\right)$ ise
$((a_n) + (b_n))$ **limiti neye eşittir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $a_n = \left(\frac{2n+5}{n}\right)$
Bu dizinin ASEB'i kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. $a_n = \begin{cases} \frac{5n}{2n-1} & ; \ n = 0 \ (\text{mod } 3) \\ 2n & ; \ n = 1 \ (\text{mod } 3) \\ \frac{n+3}{n^2+2} & ; \ n = 2 \ (\text{mod } 3) \end{cases}$
dizisinin 16. terimi kaçtır?

A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{19}{258}$ C) $\frac{16}{5}$ D) 16 E) 32

15. $(a_n) = \left(\frac{6n+5}{3n-2}\right)$ **dizisinin EKÜSÜ kaçtır?**

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 2

16. $\left(\dfrac{2n+5}{2n+3}\right)^n$ **dizisinin limiti nedir?**

A) 1 B) e C) $e^{\frac{3}{2}}$ D) e^2 E) e^3

17. $(n^2 - 4n + 7)$ **dizisinin EBASI kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) –3

18. $\left(\dfrac{n+5}{2n-3}\right)$ **dizisinde kaç tane terim $\frac{1}{2}$ nin $\frac{1}{50}$ komşuluğunun dışında bulunur?**

A) 162 B) 163 C) 164 D) 165 E) 166

19. $(a_n) = \left(\dfrac{7^n + 6^{\cos n} - 5^{\sin n}}{8^n + 7^{\sin n}}\right)$ iken

lim (a_n) nin limiti nedir?

A) $\frac{8}{7}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{7}{8}$ D) 1 E) 0

20. $(a_n) = \left(\dfrac{7.3^{n+1} - 6^{+2}}{8.3^n + 6}\right)$ dizisi için **lim(a_n) = ?**

A) $\frac{21}{8}$ B) 36 C) $\frac{-9}{12}$ D) –36 E) 1

21. $(a_n) = \left(\dfrac{2\cos n + 5\sin n}{3n}\right)$ iken **lim(a_n) = ?**

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 7 E) 0

KONU TESTİ – 3

1. Bir aritmetik dizinin 5. terimi 21; 12. terimi 42 ise **bu aritmetik dizinin 42. terimi kaçtır?**

A) 126 B) 127 C) 129 D) 130 E) 140

2. Bir işçi ayın 1. günü 10.000 lira alıyor. Her gün bir önceki günden 5000 lira fazla aldığına göre **bu işçinin 30 günlük aylığı kaç liradır?**

A) 2.475.000 B) 24.750.000 C) 2.500.000
D) 1.475.000 E) 14.750.000

3. $(\forall a_n \neq 0)$ iken, (a_n) limiti 0 iken

lim $\left(\dfrac{3\sin 2a_n}{a_n}\right)$ **nedir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{5}$ E) 6

4. $\left(\dfrac{3^n + 2}{\pi^2 - \left(\sqrt{3}\right)^n}\right)$ **dizisinin limiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) –1 E) 0

5. $\left(2n.\sin\left(\dfrac{3}{n}\right)\right)$ **dizisinin limiti nedir?**

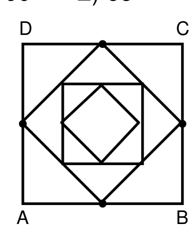
A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 0

6. Bir top serbest bırakıldığı zaman bırakıldığı yüksekliğinin $\frac{3}{5}$ i kadar sıçrıyor.

26 m den bırakılan bir top **dengede kalıncaya kadar kaç m yol almıştır?**

A) 130 B) 120 C) 104 D) 100 E) 65

7. Şekilde bir kenarı 6 olan bir kare verilmiştir. Bu karenin kenarlarının orta noktaları köşe alınarak bulunan karenin de kenarlarının orta noktaları köşe olan kareler çiziliyor. Bu işleme nokta kalıncaya kadar devam ediliyor. **Bulunan karelerin çevrelerinin toplamı ne kadardır?**



A) $24(2+\sqrt{2})$ B) $12(2+\sqrt{2})$

C) $12(1+\sqrt{2})$ D) $24(\sqrt{2}+1)$

E) $24(\sqrt{2}-1)$

8. Bir fidan 2 m dir.1. yıl sonunda $\frac{2}{3}$ ü kadar büyüyor ve her yıl bir önceki yıl büyümesinin $\frac{2}{3}$ kadar büyüyor. **Bu ağaç en çok kaç metre yüksekliğe ulaşabilir?**

A) 5 B) 6 C) 8 D) $\frac{13}{12}$ E) 9

9. İlk terimi 5 ve ortak çarpanı r olan bir geometrik dizinin **7. terimi 320 ise bu dizinin 4. terimi kaçtır?**

A) 20 B) 40 C) 80 D) 162 E) 182

10. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1+4^n}{8^n}\right)$ **limiti nedir?**

A) $\frac{22}{7}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{8}$ D) 2 E) 0

11. a_n aritmetik dizisinin $a_6 = 28$ ve $a_{14} = 68$ ise **10. terim kaçtır?**

A) 48 B) 49 C) 50 D) 52 E) 56

12. $(a_n) = \left(\left(1-\frac{2}{n}\right)^n\right)$ **, a_n dizisinin limiti nedir?**

A) 1 B) e C) $\frac{1}{e}$ D) $\frac{1}{e2}$ E) –e

13. $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} \left(\sqrt{3}\right)^k$ **serisinin limiti nedir?**

A) $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{\sqrt{3}}-3\right)$ B) $\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{3}\right)$ C) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

D) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

14. İlk n terim toplamı daima $\frac{3n2+5n}{2}$ olan bir **aritmetik dizinin 41. terimi nedir?**

A) 116 B) 124 C) 132 D) 144 E) 156

15. $a_n = \left(\frac{e}{\pi}\right)^n$ iken $\left(\frac{\sin a_n}{a_n}\right)$ **dizisinin limiti nedir?**

A) $\frac{e}{p}$ B) e C) $\frac{1}{e}$ D) 1 E) 0

16. (a_n) aritmetik dizisinde

$2a_1 + a_{13} = 0$ ve $a_6 + a_8 = 11$ ise

ilk terim kaçtır?

A) 12 B) –12 C) 11 D) –11 E) 7

17. Bir geometrik dizinin $\frac{a7}{a3} = 81$ ise

bu geometrik dizinin ortak çarpanı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\sqrt[5]{81}$

18. Bir geometrik dizide $a_7 = 12$, $a_{10} = 96$ ise

a_{12} terim kaçtır?

A) 384 B) 385 C) 396 D) 484 E) 586

19. $\sum_{K=0}^{19} \left(\frac{1}{3}\right)^k$ **toplamı neye eşittir?**

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{320-1}{1-319}$ C) $\frac{320-1}{319-1}$

D) $\frac{320-1}{320-319}$ E) 1

20. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k!}-\frac{1}{(k+1)!}\right)$ **= ?**

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) 0

21. İlk n terim toplamı $n^2 + 1$ olan herhangi birdizinin **40. terimi kaçtır?**

A) 78 B) 79 C) 80 D) 81 E) 82

22. Bir aritmetik dizide 8. terim ile 14 terim toplamı 3a dır. **Bu dizinin 11. terimi nedir?**

A) 3a B) $\frac{3a}{2}$ C) a D) $\frac{3a}{4}$ E) 6a

23. (θ_n) dizisinin limiti 0 ise

$\left(\frac{2}{\theta_n} \cdot \sin 3\theta_n\right)$ **dizisinin limiti nedir?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

24. $\left(2^n \cdot \tan \frac{3}{2^n}\right)$ **dizisinin limiti kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

25. Bir geometrik dizinin 3. terimi $\frac{3}{4}$; **7. terimi $\frac{3}{64}$ ise bu dizinin ilk terimi kaçtır?**

A) 3 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{2}$